GUÍA N°7 "CALCULO DERIVADA"
Prof: Sandy Ramírez

1. Calcule las derivadas de las siguientes funciones

   a) $f(x) = x^{12}$

   b) $g(x) = \frac{4}{5}$

   c) $h(x) = 2^x$

   d) $m(x) = \sqrt{x}$

   e) $f(x) = \sqrt[3]{x^5}$

   f) $g(x) = \log_3(x)$

   g) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

2. Calcular las derivadas de las funciones siguientes, en los puntos que se indican.

   a) $f(x) = 3x^2 + 2x + 1$ en $x = \frac{1}{2}$

   b) $f(x) = \sqrt{2x}$ en $x = 8$

   c) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ en $x = -2$

   d) $f(x) = 3x^2 + 2$ en $x = 2$

3. Determine la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x \cdot e^{x}$

b) $f(x) = x^{2} \cdot \ln(x)$

c) $f(x) = \dfrac{x^{4}}{e^{x}}$

d) $f(x) = \dfrac{e^{x}}{\ln(x)}$

e) $f(x) = \dfrac{\ln(x)}{x}$

f) $f(x) = x^{2} \cdot 2^{x}$

4. Determine la pendiente de la recta tangente a la función $y = -x^{2} + 2x + 2$ en $x = -1$.

5. Determine la pendiente de la recta tangente a la funcion $f(x) = x^{2}$ en $x = 3$.

6. Determine la pendiente de la recta tangente a la funcion $f(x) = \dfrac{3}{x} + 2$ en $x = 1$.

7. Sea $f(x) = x^{4} - 4x^{2}$. Determine: a) $f'(x)$ b) $f''(x)$ c) $f'''(x)$

8. Aplique la regla de la cadena y propiedades de las derivadas para calcular la derivada de las siguientes funciones

a) $f(x) = (3x^{4} - 2x^{-2})^{5}$

b) $f(x) = 8(2x+6)^{7} + 6(3x-1)^{5} - 3\ln(2x)$

c) $f(x) = \ln(x^{2} + 3x)$

d) $f(x) = \sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$

e) $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{1-x^{2}}}$

f) $f(x) = \dfrac{e^{x} - e^{-x}}{e^{x} + e^{-x}}$

9. Hallar y' si:

a) $y = e^{\left(2x^2-5\right)}$

b) $y = \ln(3x^2 + 2x)$

c) $y = (x^2 - 3x)^2$

d) $y = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 - x}}$

e) $y = x \cdot e^{2x}$

10. Calcule la derivada de segundo orden, $\dfrac{d^2y}{dx^2}$, en las siguientes funciones

a) $y=e^{x^2}$

b) $y = 3 + e^{-x}$

c) $y = \ln(x^3)$

d) $y = \ln(xe^x)$

e) $y = e^{\left[\ln(x)+2\ln(3x)\right]}$

SOLUCIONES

1. a) $f'(x) = 12x^{11}$ b) $g'(x) = 0$ c) $h'(x) = 2^x \ln(2)$

   d) $m'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ e) $f'(x) = \dfrac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} = \dfrac{5}{3}\sqrt[3]{x^2}$ f) $g'(x) = \dfrac{1}{x\ln(3)}$

   g) $f'(x) = \dfrac{-1}{3x^{\frac{4}{3}}} = \dfrac{-1}{3\sqrt[3]{x^4}}$

2. a) $f'(x) = 6x + 2 \quad \Rightarrow \quad f'\left(\dfrac{1}{2}\right) = 5$

   b) $f'(x) = \dfrac{1}{(2x)^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{2x}} \quad \Rightarrow \quad f'(8) = \dfrac{1}{4}$

   c) $f'(x) = \dfrac{-2}{x^3} \quad \Rightarrow \quad f'(-2) = \dfrac{1}{4}$

   d) $f'(x) = 6x \quad \Rightarrow \quad f'(2) = 12$

3. a) $f'(x) = e^x + xe^x = e^x(1+x)$

   b) $f'(x) = 2x\ln(x) + x = x(2\ln(x) + 1)$

   c) $f'(x) = \dfrac{4x^3 - x^4}{e^x} = \dfrac{x^3(4-x)}{e^x}$

   d) $f'(x) = \dfrac{e^x \ln(x) - \dfrac{e^x}{x}}{(\ln(x))^2} = \dfrac{e^x\left(\ln(x) - \dfrac{1}{x}\right)}{\ln^2(x)}$

   e) $f'(x) = \dfrac{1 - \ln(x)}{x^2}$

   f) $f'(x) = 2x2^x + x^2 2^x \ln(2) = 2^x x(2 + x\ln(2))$

4. $y' = -2x + 2$; Pendiente recta tangente = 4

5. $f'(x) = 2x$; Pendiente recta tangente = 6

6. $f'(x) = \dfrac{-3}{x^2}$; Pendiente recta tangente = -3

7. a) $f'(x) = 4x^3 - 8x$ b) $f''(x) = 12x^2 - 8$ c) $f'''(x) = 24x$

8. a) $f'(x) = 5(3x^4 - 2x^{-2})^4(12x^3 + 4x^{-3})$

b) $f'(x) = 112(2x+6)^6 + 90(3x-1)^4 - \dfrac{3}{x}$

c) $f'(x) = \dfrac{2x+3}{x^2+3x}$

d) $f'(x) = \dfrac{-1}{(x+1)^2 \cdot \sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}} = \dfrac{-1}{(1-x)^{\frac{1}{2}} \cdot (1+x)^{\frac{3}{2}}} = \dfrac{-1}{\sqrt{(1-x)\cdot(1+x)^3}}$

e) $f'(x) = \dfrac{1}{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$

f) $f'(x) = \dfrac{4}{(e^x + e^{-x})^2}$

9 . a) $y' = 4xe^{(2x^2 - 5)}$

b) $y' = \dfrac{6x+2}{3x^2+2x}$

c) $y' = 4x^3 - 18x^2 + 18x$

d) $y' == \dfrac{-x}{2\cdot\left(x^2-x\right)^{\frac{3}{2}}} = \dfrac{-x}{2\sqrt{(x^2-x)^3}}$

e) $y' = e^{2x} + 2xe^{2x} = e^{2x}(1+2x)$

10. a) $\dfrac{dy}{dx} = 2xe^{x^2} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{d^2y}{dx^2} = 2e^{x^2} + 4x^2e^{x^2} = 2e^{x^2}(1+2x^2)$

b) $\dfrac{dy}{dx} = -e^{-x} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{d^2y}{dx^2} = e^{-x}$

c) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{3}{x} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{d^2y}{dx^2} = -\dfrac{3}{x^2}$

d) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1+x}{x} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{d^2y}{dx^2} = -\dfrac{1}{x^2}$

e) $\dfrac{dy}{dx} = e^{[\ln(x)+2\ln(3x)]} \cdot \dfrac{3}{x} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{d^2y}{dx^2} = e^{[\ln(x)+2\ln(3x)]} \cdot \dfrac{6}{x^2}$